

in una famiglia della borghesia locale ma ammesso nelle più splendide corti, autore di affreschi e dipinti che hanno cambiato la cultura del nostro Paese e della civiltà europea.

Ma in questa grande divulgazione è raro trovare opere che mettano specificamente in risalto gli aspetti matematici dell'opera leonardesca. A questa mancanza aveva già tentato di rimediare uno degli autori di questo libro con una bella pubblicazione di qualche anno fa, indirizzata agli adulti genericamente interessati.

Oggi un gruppo di cui fa parte anche una specialista dell'illustrazione permette ai bambini di rivolgere uno sguardo matematico su Leonardo nelle grandi pagine a tinte azzurro acqua di quest'opera. Le tante immagini che vi compaiono, miste di disegni ed elementi fotografici, rappresentano, tra molte altre cose, alcune costruzioni geometriche leonardesche e ne mettono in evidenza la struttura. Ad esempio, come spiegato in brevi testi che corrono tra le figure in ogni direzione, una successione di quadrati i cui lati stanno in *rapporto aureo* è alla base della costruzione di una spirale, così come dello schema delle proporzioni del corpo umano (l'*Uomo Vitruviano*) e del ritratto di *Monna Lisa*; oppure un pentagono regolare ne racchiude infiniti altri; o ancora, nel campo della geometria solida, si rappresentano le figure ispirate a Leonardo dall'opera del Pacioli. Si citano anche alcune delle opere pittoriche e degli studi fisici ed ingegneristici, così come la scrittura speculare. Il genio e l'entusiasmo di Leonardo divengono una storia per testi ed immagini per la meraviglia e l'intelligenza dei bambini.

Giovanni Giuseppe Nicosia

Raymond Duval (2017). *Understanding the mathematical way of thinking: The registers of semiotic representations*. Prefazione di Bruno D'Amore. Cham: Springer International Publishing.

La teoria semio-cognitiva costruita da Raymond Duval è senza dubbio una delle pietre miliari nell'evoluzione della Didattica della matematica. Non è tuttavia facile approcciarsi a essa in maniera per così dire sintetica, cioè leggendo qua e là nella produzione scientifica dell'Autore. La profondità con la quale egli affronta il ruolo della semiotica nell'apprendimento della matematica, nonché il suo legame con il pensiero matematico, consegue proprio dalla decostruzione dei fenomeni impliciti fino alle loro origini, che stanno al di là dei contenuti matematici. È naturale che una teoria di questo tipo abbia diversi livelli di interpretazione e che quelli più autentici possano a volte rimanere celati per sempre a chi l'ha studiata in maniera superficiale. Il presente libro ha un duplice vantaggio: esso costituisce un'ottima sintesi delle principali idee che sostengono la teoria, consentendo anche a chi si avvicina

per la prima volta a essa di avere un quadro sufficientemente completo degli elementi che la compongono (quindi una comprensione estensiva) e dall'altro di entrare sufficientemente in profondità nel pensiero dell'Autore, arrivando a sfiorare quelle basi a cui abbiamo fatto cenno in precedenza e potendo così iniziare ad apprezzare la sua enorme importanza per i fenomeni di insegnamento-apprendimento della Matematica (quindi una comprensione intensiva).

Come evidenzia Duval nell'introduzione, il libro può essere letto in quattro modi diversi: (i) il classico modo lineare, che consente di seguire e comprendere l'intera linea di pensiero e le "relazioni interne che costituiscono il quadro teorico dell'analisi"; (ii) una lettura incrociata e sinottica, attraverso le parole chiave dell'indice, organizzate in gruppi semantici, in maniera da evitare la compartimentazione di significati; (iii) una lettura pratica, partendo dagli esempi, di cui l'Autore consiglia di vedere sempre almeno due molto diversi; infine, e questa è la modalità di lettura più curiosa, (iv) una lettura del libro come un fumetto: seguendo le immagini, di cui è presente un elenco che può fungere da guida. Come nota Bruno D'Amore nella prefazione, si tratta di una modalità di lettura che richiede un certo coraggio; ipotizziamo che tale coraggio possa essere premiato dall'acquisizione di un punto di vista singolare, che probabilmente indurrà il lettore a completare la "narrazione" per immagini con interpretazioni proprie, creative, a patto che proceda a tale lettura prima della lettura lineare e analitica.

Vediamo di seguito brevemente quali sono i contenuti e qual è la struttura del libro oggetto di questa recensione, fornendo nel contempo una sua possibile chiave di lettura.

Per comprendere la problematica di fondo che viene affrontata dalla teoria dei registri semiotici di Duval, e quindi l'importanza del contributo dell'Autore riassunto in questo libro, è necessario tenere sempre ben presente la particolare caratterizzazione epistemologica della Matematica come un dominio di conoscenza in cui il ricorso alle rappresentazioni semiotiche è necessario per via dell'impossibilità di un accesso diretto agli oggetti matematici. In questo senso i lavori pionieristici di Duval hanno determinato una svolta epocale nella ricerca in Didattica della matematica. Dagli anni '90 del secolo precedente in poi, il termine "paradosso di Duval" (Duval, 1993, p. 38) venne usato per descrivere il fenomeno paradossale secondo il quale chi apprende la Matematica non può, proprio a causa dell'inaccessibilità diretta dei suoi oggetti, fare a meno di confondere l'oggetto matematico con la sua rappresentazione. Tuttavia, questa affermazione è tutt'altro che trasparente (e non solo per chi si approccia per la prima volta all'argomento) se non si considera la questione in riferimento ai suoi aspetti più profondi a livello storico-epistemologico e filosofico. Ciò che fa Duval nel primo capitolo è preparare il terreno per le successive trattazioni proprio dal punto di vista storico-epistemologico, facendo emergere la teoria dei registri semiotici come

una teoria semiotica ad hoc per la matematica,¹ che tiene conto delle peculiarità dei suoi oggetti e del suo linguaggio e del modo di produrre la matematica stessa. La caratteristica principale che emerge da questa analisi è che la relazione tra segno e oggetto in matematica è una relazione di referenza e non di causalità e che essa risulta da un'operazione discorsiva intenzionale di designazione. Inoltre, ciò che determina il potenziale di un segno nell'attività matematica è la sua capacità di essere trasformato in un altro segno. Facciamo notare che un aspetto fondamentale nel lavoro di Duval è il fatto che la teoria dei registri semiotici non si occupa in primo luogo del ruolo del segno nella mediazione semiotica; essa si colloca in una posizione preliminare a tale mediazione, mostrando quali sono i presupposti per così dire tecnici affinché un segno possa assolvere alla sua funzione di mediazione. C'è da chiedersi però quali conseguenze ha questo status particolare della matematica nell'ambito del suo apprendimento, in quanto, come dice l'Autore, il criterio di realtà in Matematica non è empirico, ma è riferito a “tutti i possibili casi che possono essere semioticamente rappresentati o costruiti” (p. 42). Questo significa che, a differenza di quanto accade nelle altre discipline, in Matematica lo studente deve apprendere un nuovo modo di apprendere, prima di poter apprendere la Matematica (la ripetizione è chiaramente intenzionale ed è in realtà una ricorsione). Inoltre, è necessario tenere conto del fatto che, se si esamina l'apprendimento della Matematica da un punto di vista semio-cognitivo è necessario individuare le caratteristiche osservabili dell'attività matematica o, come dice Duval, individuare “quali sono i gesti intellettuali che rendono abili nel lavorare matematicamente” (p. 42). Questi due aspetti hanno un'importanza cruciale per la Didattica della matematica poiché mettono in evidenza gli aspetti cognitivi, pre-contenutistici di cui è necessario tenere conto nella progettazione delle attività didattiche.

Nel secondo capitolo Duval analizza proprio gli aspetti appena delineati, mostrando, in base ad esempi sui numeri naturali (quindi accessibili senza difficoltà a docenti di ogni grado e anche a un pubblico di non matematici), come durante l'attività matematica sono due i compiti fondamentali che il soggetto che è chiamato a compierla deve soddisfare: deve saper stabilire se due rappresentazioni semiotiche diverse nei contenuti rappresentano lo stesso oggetto matematico e deve essere in grado di produrre e considerare altre rappresentazioni dello stesso oggetto, in parallelo o alternativamente. Per poter assolvere al primo compito, il soggetto deve essere in grado di individuare le unità di significato che racchiudono il contenuto delle rappresentazioni semiotiche e di stabilire una corrispondenza biunivoca tra tale unità di significato di due rappresentazioni dello stesso oggetto in due registri semiotici distinti.

¹ Naturalmente questo non significa che essa non sia esportabile in altri ambiti, come hanno dimostrato D'Amore e Prieto Fandiño (2017).

Nel terzo capitolo, dopo aver caratterizzato l'attività matematica come attività di trasformazione di rappresentazioni semiotiche e aver mostrato dunque la profondità delle cause di difficoltà nella comprensione degli studenti durante le attività di apprendimento, Duval passa alla caratterizzazione dettagliata del termine "registro semiotico" e distingue le trasformazioni in trattamenti (all'interno dello stesso registro) e in conversioni (tra registri semiotici diversi), mettendo in evidenza la necessità per un sistema semiotico di soddisfare due caratteristiche affinché possa essere considerato un registro semiotico: la necessità di produrre rappresentazioni che consentano l'accesso a oggetti inaccessibili percettivamente o strumentalmente, ma soprattutto la necessità di fornire un campo di operazioni specifiche che consentano di trasformare le rappresentazioni prodotte in altre rappresentazioni all'interno dello stesso registro o in un registro diverso (Duval, p. 68). La necessità di attivare almeno due registri semiotici diventa evidente dal fatto che solo attraverso il confronto è possibile riconoscere gli invarianti di significato nelle rappresentazioni e delimitare le unità di significato matematicamente rilevanti; infatti, una semplice contrapposizione di rappresentazioni in diversi registri dello stesso oggetto non è sufficiente per attivare l'apprendimento. Nel terzo capitolo gli esempi sono tratti dalla geometria (euclidea), in cui questo aspetto emerge con particolare forza poiché in essa la rappresentazione grafica deve essere sempre accompagnata da una giustificazione discorsiva che evidenzia i passaggi logici del ragionamento su di essa, non altrimenti esplicitabili, e richiede un coordinamento in parallelo di due registri semiotici (figurale e discorsivo). Gli esempi tratti dalla geometria mostrano anche che non solo il dire in matematica ha un significato diverso rispetto al dire nel linguaggio naturale, ma che anche il vedere in matematica, e in particolare in geometria, ha una caratteristica intrinseca e in opposizione con il modo di vedere per così dire naturale, spontaneo: una figura può essere vista iconicamente, rilevando aspetti metrici o topologici oppure non-iconicamente, cioè come inserita in una rete più completa di tracciati, che consentono una sua decostruzione dimensionale.

Nel quarto e ultimo capitolo Duval fornisce ciò che consente di toccare con mano l'efficienza di una teoria come strumento metodologico: esempi della sua spendibilità in aula, soprattutto in termini di individuazione di metodi di analisi e identificazione delle variabili cognitive. Ma per una esposizione di questi aspetti non si può che rinviare alla lettura del libro.

In conclusione, ci preme sottolineare che ciò che viene proposto nel presente lavoro è un'analisi cognitiva, tramite la teoria dei registri semiotici, di ciò che dovrebbe avvenire affinché lo studente sviluppi una consapevolezza delle operazioni cognitive specifiche richieste nell'attività matematica, per esempio quando si tratta di mettere dati in equazioni oppure di trasformare una figura geometrica in un'altra nella risoluzione di problemi. Ciò che non viene fatto in questo libro è un'analisi del ruolo dei segni come mediatori

nell'accesso ai contenuti matematici, anche se questo aspetto rimane sempre sottinteso. Rimarchiamo questo fatto poiché riteniamo importante evidenziare che per comprendere e apprezzare questo libro è necessario essere pronti a distinguere un saper fare cognitivo da un sapere matematico, di cui il primo è il prerequisito per il secondo.

Riferimenti bibliografici

- D'Amore, B., & Prieto Fandiño, J. L. (2017). Semiotica e architettura: Progetti “realizzati” e costruzioni semiotiche. *Nuova Meta*, 24(39), 60–73. Disponibile su <https://rivistaartenuovameta.it/archivio/220-numero-39>
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5(1), 37–65.

Miglena Asenova

Prefazione a:

Giulia Jaculli e Maurizio Matteuzzi (2018). *L'arcivernice: Pensieri inattuali sulla modernità*. Prefazioni di Bruno D'Amore e Francesco Bianchini. Bologna: Diogene Multimedia.

Tanti tanti anni fa scorrevo con avidità le copie del *Corriere dei Piccoli*. Non l'avevo in casa, credo fosse totalmente estraneo alle idee dei miei genitori acquistare una cosa simile, ma alcuni miei amici vicini di casa ne avevano delle copie o, meglio, le avevano messe da parte i loro genitori. Ricordo che ai miei amici non piaceva molto questo giornale illustrato, mentre io lo trovavo affascinante, forse per la sua irraggiungibilità. In quelle occasioni ho scorso qualche puntata dell'*Arcivernice* di Giovanni Manca, che aveva come protagonista, a volte goffo, a volte irritante e a volte geniale, quel Pier Cloruro de Lambicchi, inventore casuale di questo potente strumento che, come tutti sanno, richiama brevemente in vita i personaggi anche del passato più remoto, con il solo ricoprirne l'immagine con una pennellata di arcivernice trasparente. Non ne ricordo nemmeno una puntata, credo fosse superiore alle mie forze intellettuali dell'epoca. Né potevo capire la sferzante ironia di questa idea. Però poi, più adulto, in casa di un amico compagno di scuola, scoprii che c'era una collezione quasi completa, raccolta con cura dal fratello maggiore. Ed ebbi così modo di rivedere quel giornale con occhi diversi. In quella occasione sì, vidi qualche puntata dell'*Arcivernice*, ne intuì la potenzialità, ma la classificai fra le avventure di non grande risalto intellettuale, come molti degli altri fumetti a puntate di quel giornale. Colpa della mia ingenuità, forse imputabile ancora alla mia giovane età.

Poi vennero le *Interviste impossibili* mandate in onda dalla RAI fra il 1973 e il 1975 (a questo punto ero quasi adulto), curate da Lidia Motta; ricordo che